Автор: словарь
26.01.2008 17:56 -

ГИЛЬБЕРТ (Hilbert) Давид (1862 — 1943) — германский математик, логик, философ, руководитель одного из основных центров мировой математической науки первой трети 20 в. — Геттингенской математической школы, исследования которого оказали определяющее влияние на развитие математических наук. Международная премия имени Лобачевского (1904), иностранный почетный член АН СССР (1934, иностранный член-корр. АН СССР с 1922). Основные работы Г.: "Основания геометрии" (1899), "Математические проблемы" (1900), "Аксиоматическое мышление" (1918), "Методы математической физики" (1920, в соавт. с Р.Курантом), "О бесконечности" (1925), "Обоснования математики" (1930), "Наглядная геометрия" (1932, в соавт. с С.Кон-Фоссеном), "Основы теоретической логики" (1934, в соавт. с В

.Аккерманом), "Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики" (1934, в соавт. с П.Бернайсом), "Основания математики. Теория доказательств" (1939, в соавт. с П.Бернайсом). Окончил Университет Кенигсберга. Профессор Университета Кенигсберга (1893—1895).

Профессор математического факультета Геттингенского университета (1895—1930, последняя лекция в 1933, позднее был вынужден отойти от дел университета и занятий математикой в связи с преследованиями со стороны идеологов национал-социализма). Г. проводил фундаментальные исследования в направлениях теории инвариантов, дифференциальных уравнений, вариационного исчисления и теории чисел. В исследованиях Г. по теории интегральных уравнений с симметричным ядром (составляющих основу современного функционального анализа) было получено обобщение понятия векторного евклидова пространства для случая бесконечного числа измерений — гильбертова пространства, принадлежащего к числу базисных категорий современной математики, широко применимого в исследованиях по теоретической и математической физике (где Г. интересовали проблемы теории излучения). Труд Г. "Основания геометрии" (1899) стал основополагающим для исследований в направлении аксиоматического построения различных геометрий. Г. предложил систему аксиом геометрии Евклида, из книги "Начала" которого был уточнен основной набор понятий ("точка", "прямая", "плоскость") и отношений между ними ("принадлежит", "конгруэнтен", "между").

Система аксиом Г., необходимая и достаточная для построения всей геометрии Евклида, стала ее первым строгим основанием (она содержит 20 аксиом принадлежности, порядка, конгруэнтности, непрерывности, параллельности). Тогда же Г. провел логическую обработку всей системы этих аксиом и доказал ее непротиворечивость и полноту (при помощи числовых моделей), а также независимость групп аксиом.

Фактически геометрия в данном случае явилась одним из направлений, на примере которого было дано, как писал А.Н.Колмогоров, "последовательное изложение теоретико-множественного подхода к аксиоматике, в силу которого система аксиом математической дисциплины характеризует изучаемую этой дисциплиной область объектов с точностью до изоморфизма". В своем докладе "Математические проблемы" на втором Международном конгрессе математиков (1900, Париж) Г. сформулировал 23 главные проблемы математики того времени (получившие название "проблем Г."), решение которых, по мнению Г., 19 в. завещал 20 в. Во введении к докладу говорилось о целостном характере математики как основе всего точного естественнонаучного познания, о математической строгости, о значении для математики "хорошо поставленной" специальной проблемы. Там же был выдвинут и основной тезис Г. — о разрешимости в широком смысле любой задачи математики (для Г. вообще была характерна убежденность в неограниченной силе разума человечества: например, в статье "Познание природы и логика" Г. писал: "Мы должны знать — мы будем знать").

В своем докладе Г. говорил:

"Вот проблема, или решение. Ты можешь найти его с помощью чистого мышления, ибо в математике не существует Ignorabimus! ("мы не будем знать")". Проблемы Г. разделяются на несколько групп: теория множеств ("1. Проблема Кантора о мощности континуума"); обоснование математики ("2. Непротиворечивость арифметических аксиом"); основания геометрии; теория непрерывных групп; аксиоматика теории вероятностей и механики; теория чисел; алгебра; алгебраическая геометрия; геометрия; анализ. Проблемы Г. были поставлены очень корректно, а развитие идей, связанных с их содержанием, составило основу направлений математических наук 20 в. В первые годы 20 в. в философии математики возникли четыре придерживающихся различных взглядов на основания математики направления: интуиционизм (Л.Брауэр, Вейль), логицизм (Уайтхед, Рассел), теоретико-множественное направление Э

.Цермело; лидером формализма стал Г. Главным возражением Г. против концепций логицизма было то, что в ходе развития логики целые числа были неявно вовлечены в ее систему понятий. Поэтому при построении понятия "число" логика оказывается в замкнутом круге. Согласно Г., при определении множества по его свойствам возникает необходимость различения пропозиционалей и высказываний по типам, а теория типов требует принятия аксиомы сводимости. Г. (как и логицисты) считал необходимым включение бесконечных множеств в математику, что потребовало бы введение аксиомы бесконечности, которую они все, однако, не считали аксиомой логики.

Главным возражением Г. против концепций интуиционизма было то, что там отвергались разделы анализа, опирающиеся на теоремы существования и бесконечные множества. Г. писал, что отнять "у математиков закон исключенного третьего — это то же самое, что забрать у астрономов телескоп". Г. считал, что интуиционизм и логицизм не смогли доказать непротиворечивость математики: "Математика есть наука, в которой отсутствует гипотеза. Для ее обоснования я не нуждаюсь ни, как Кронекер, в Господе Боге, ни, как Пуанкаре, в предположении об особой, построенной на принципе полной индукции способности нашего разума, ни, как Брауэр, в первоначальной интуиции, ...ни, как Рассел и Уайтхед, в аксиомах бесконечности, редукции или полноты, которые являются подлинными гипотезами содержательного характера и... вовсе не правдоподобными" ("Основания геометрии"). Г. считал, что так как логика в своем развитии обязательно включает в себя идеи математики и для сохранения математики необходимо привлекать "внелогические аксиомы типа аксиомы бесконечности", то рациональный подход к математике должен "включать в себя понятия и аксиомы не только логики, но и математики", а логике необходимо оперировать чем-то, что состояло бы из конкретных внелогических понятий (типа понятия "число"), интуитивно воспринимаемых нами еще до логических рассуждений. Согласно Г., математика является автономной наукой и невыводима из логики, поэтому в аксиоматические системы и логики, и математики необходимо вводить и логические, и математические аксиомы. При этом математику следует рассматривать как некую абстрактную формальную дисциплину преобразования символов безотносительно к их значению (доказательства теорем, по Г., сводятся к символическим преобразованиям по строго фиксированной системе правил логического вывода). Г. записывал все утверждения логики и математики в форме символов ("идеальных элементов"), которые могли даже означать и бесконечные множества. Такие "идеальные элементы" Г. считал необходимыми для построения всей математики: по его мнению, в материальном мире существует конечное число объектов-элементов.

В первой четверти 20 в. аксиоматический метод в математических науках считался одним из наиболее действенных, идеалом строгости математики. Г., глубоко убежденный в его всеобщей применимости, в работе

"Аксиоматическое мышление" утверждал: все, что может быть "предметом математического мышления, коль скоро назрела необходимость в создании теории, оказывается в сфере действия аксиоматического метода и тем самым математики. Проникая во все более глубокие слои аксиом... мы получаем возможность все дальше заглянуть в сокровенные тайны научного мышления и постичь единство нашего знания. Именно благодаря аксиоматическому методу математика... призвана сыграть ведущую роль в нашем знании". И позднее, в 1922, он также утверждал, что аксиоматический метод является самым "подходящим и неоценимым инструментом, в наибольшей степени отвечающим духу каждого точного исследования, в какой бы области оно ни проводилось. Аксиоматический метод логически безупречен и в то же время плодотворен, тем самым он гарантирует полную свободу исследования". К 1922—1939 относятся исследования Г. фундаментальных проблем логических оснований математики. К этому времени он выдвинул программу обоснования всей математики методом ее полной формализации с последующим метаматематическим доказательством непротиворечивости формализованной математики (эту программу Г. и П.Бернайс опубликовали в книгах "Основания математики.

Логические исчисления и формализация арифметики" и "Основания математики. Теория доказательств"). Однако первоначальные предположения Г. в этом направлении не оправдались вследствие доказательства Геделем теорем о неполноте. Для преодоления сложностей, возникших в то время в понимании природы математического бесконечного, в рамках математической логики Г. была создана теория доказательств.

При этом, по мнению Г., бесконечное могло входить в математическую теорию только как символ, а единственным критерием "законности употребления в математике такого рода символа является возможность доказать непротиворечивость пользующегося им символического исчисления" ("О бесконечности"). Г. оказал исключительное влияние на все развитие почти всех направлений современной математической мысли. С.С.Демидов объясняет это тем, что Г. был математиком, "в котором сила математической мысли соединялась с редкой широтой и разносторонностью. Г. постоянно делает упор на то, что математика едина, что различные ее части находятся во взаимодействии между собой и науками о природе... в этом взаимодействии не только ключ к пониманию самой сущности математики, но и лучшее средство против расщепления математики на отдельные, не связанные друг с другом части, — опасности, которая в наше время... специализации математических исследований постоянно заставляет о себе думать".

С.В. Силков